

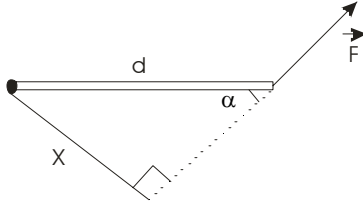
## MOMENT

Bir kuvvetin döndürücü etkisine o kuvvetin momentini denir. Bir kuvvetin momentini, kuvvetin büyüklüğü ile kuvvetin dönme noktasına olan dik uzaklığının çarpımına eşittir. Moment vektörel bir büyüklüktür.

$$\vec{M} = F \cdot d \cdot \sin\alpha$$

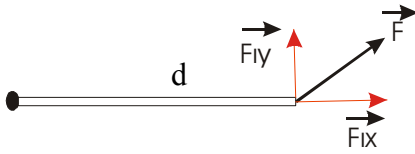
Moment	Kuvvet	Uzaklık
N.m	N	m

Örnek olarak kapı kolunun döndürülmesi, direksiyonun çevrilmesi, tornavidanın döndürülmesi verilebilir.



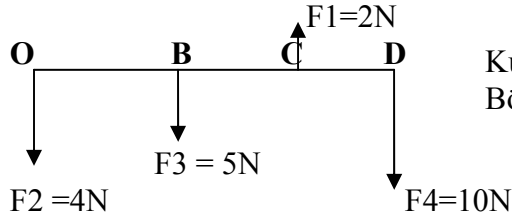
$\sin\alpha = \frac{x}{d}$  olur. Buradan dönme noktasına olan dik uzaklık;  
 $x = d \cdot \sin\alpha$  olur.

Ya da; F kuvvetini dik bileşenlerine ayırırsak



Yatay bileşenin uzantısı dönme noktasından geçtiği için  $F_{ix}$ 'in momentini "0" olur.  $F_{iy}$  dönme eksenine  $90^\circ$  açı yaptığı için;  $M = F \cdot d \cdot \sin 90^\circ$ ,  $M = F \cdot d$  olur.

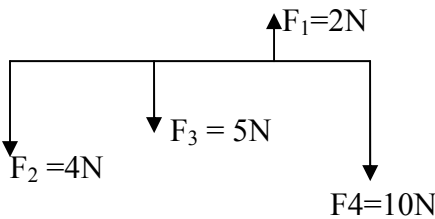
### Örnek 1:



Kuvvetlerin O noktasına göre momentlerini karşılaştırınız. Bölmeler birbirine eşit ve 1 birimdir.

$$\begin{aligned} M_1 &= 2 \times 2 = 4 \text{ n.m} \\ M_2 &= 4 \times 0 = 0 \text{ n.m} \\ M_3 &= 5 \times 1 = 5 \text{ n.m} \\ M_4 &= 10 \times 3 = 30 \text{ n.m} \end{aligned}$$

**Örnek 2 :** Aynı soruda O noktasına göre toplam momentini bulun deseydi. O zaman kuvvetlerin dönüş yönlerine dikkat etmemiz gerekirdi. Dikkat edilirse  $F_1$  kuvveti O noktasını sola doğru çevirmek isterken diğer kuvvetler saat yönünde çevirmek istiyorlar.  $F_1$ 'in döndürme yönünü (-) alırsak, diğerlerinin döndürme yönünü (+) almamız gerekir.

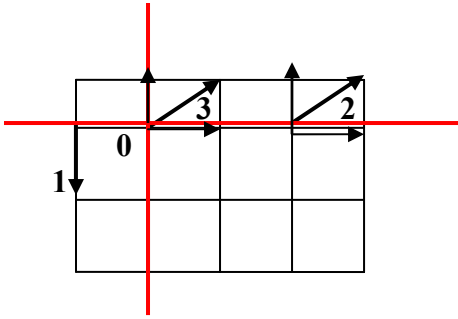
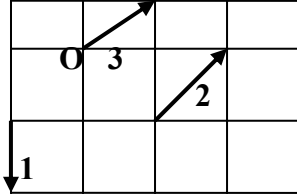


$$\begin{aligned} M_1 &= - 2 \times 2 = - 4 \text{ n.m} \\ M_2 &= + 4 \times 0 = 0 \text{ n.m} \\ M_3 &= + 5 \times 1 = 5 \text{ n.m} \\ M_4 &= + 10 \times 3 = 30 \text{ n.m} \end{aligned}$$

Toplarsak = +31 n.m çıkar. Yani saat yönünde döner. Toplam moment sıfır olsa idi çubuk dönme hareketi yapmazdı .Yani dengede kalırdı.

**Örnek3:**  $F_1$ ,  $F_2$  ve  $F_3$  kuvvetlerinin O noktasına göre toplam momentini bulunuz. ( Bölmeler eşit ve 1 birimdir)

O noktasına yatay ve düşey iki eksen çizelim. Şimdi yapmamız gereken vektörel büyüklük olan kuvvetleri yönlerini, doğrultularını ve büyüklüklerini değiştirmeden bu eksenlere taşımak.

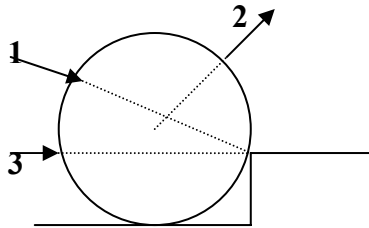


Artık kolayca moment alabiliriz. Dikkat edersek 2 numaralı kuvvetin düşeyi + işaretini O noktasına göre sola, 1 ise + işaretini yine o noktasına göre sola çeviriyor.

3'ün hem yatay hemde düşey momentleri "0" dır

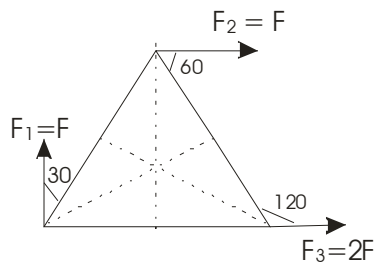
2'nin yatay momentleri '0' dır.  
Düşeyi ise  $M_2 = 1 \times 2 = 2$   
1'in momentleri  $M_1 = 1 \times 1 = 1$

**Örnek 4 :** Hangi kuvvetler cisimi basamaktan yukarı çıkarabilir.

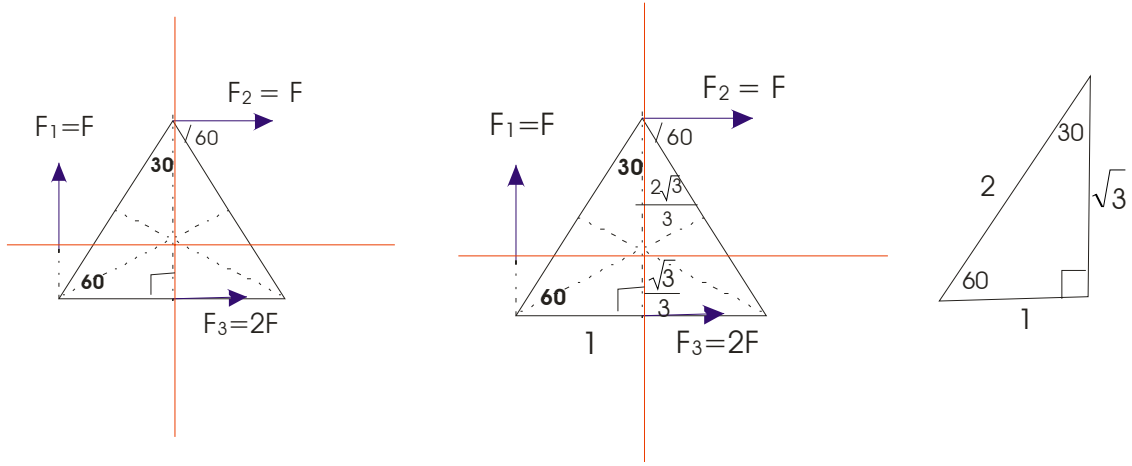


Dikkat edilirse 1 ve 3 numaralı kuvvetlerin uzantıları dönme noktasından geçmektedir. Bu durumda momentleri '0' dır. Yani döndürücü etkisi yoktur. Yalnızca 2 numaralı kuvvetin döndürücü etkisi vardır.

**Örnek 5 :**



Şekildeki eşkenar üçgenin köşelerine uygulanan kuvvetlerden  $F_1$ 'in momentleri "O" noktasına göre M ise toplam moment kaç M'dir?



İlk yapmamız gereken O noktasına ( köşegenlerin kesim noktasına ) bir yatay bir de düşey çizgi çizmek. ( Eksen Metodu) Bundan sonra yapmamız gereken doğrultularını; yönlerini ve O noktasına olan uzaklıklarını değiştirmeden kuvvetleri en yakın eksene taşımak. Bundan sonra dönme noktasına göre çok rahat moment alabiliriz. Dik uzaklıklarda, dönüş yönleri de bellidir.  $F_2$  + işaretini sağa,  $F_1$  + işaretini sağa,  $F_3$  ise + işaretini sola döndürmektedir. Saat yönünü +, diğer yönü - alalım.

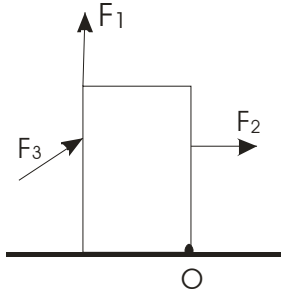
$$M_1 = +F \times 1 = +F$$

$$M_2 = +F \times \frac{2\sqrt{3}}{3} = +\frac{2\sqrt{3}}{3} F$$

$$M_3 = -2F \times \frac{\sqrt{3}}{3} = -\frac{2\sqrt{3}}{3} F$$

Toplarsak sonuç +F olur. O da  $M_1$ 'in momenti olan M'e eşittir.

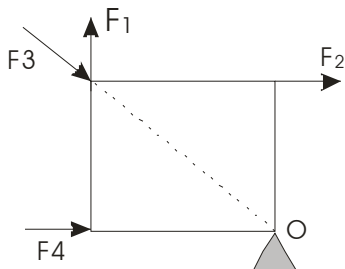
### Örnek 6 :



Şekildeki düzgün türdeş cisim  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  kuvvetleri ayrı ayrı uygulandığında "O" noktası etrafında ancak dönebilmektedir. Bun göre kuvvetlerin "O" noktasına göre momentleri arasında nasıl bir ilişki vardır.

Bu kuvvetler ayrı ayrı uygulandığında cismi ancak döndürüyorlarsa; demek ki bu kuvvetlerin "O" noktasına göre momentleri eşittir.

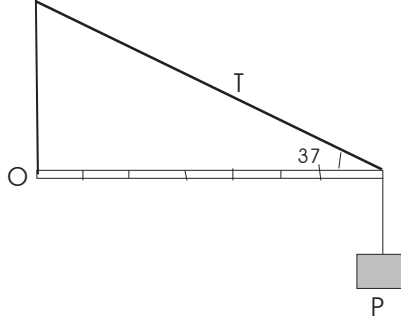
### Örnek 7 :



Şekildeki homojen levha "O" noktası etrafında dönebilmektedir. Kuvvetlerden hangisi levhayı şekildeki konumda tutabilir?

Şekilde de görüldüğü gibi  $F_3$  ve  $F_4$ 'ün uzantısı dönme noktasından geçtiğinden döndürücü etkisi yoktur. Yani momenti 0'dır.  $F_1$  ve  $F_2$  kuvvetlerinin saat yönünde bir döndürücü etkileri vardır.  $F_1$  ve  $F_2$  dengede tutabilir.

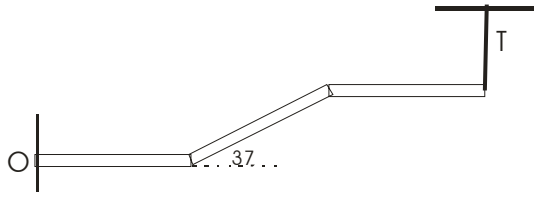
### Örnek 8 :



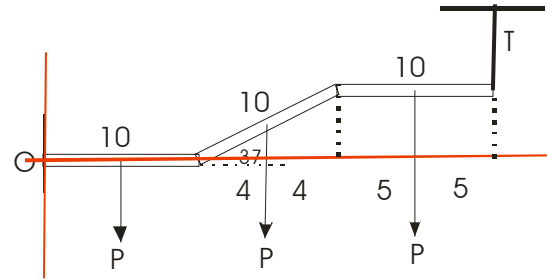
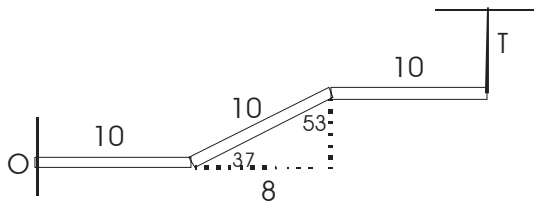
Şekildeki sistem dengede olduğuna göre  $P = 30\text{N}$  ise  $T = ?\text{N}$ ' dir. ( Çubuk ağırlıksızdır.)

$$T \cdot \sin 37^\circ \times 7 = P \times 7 \rightarrow T \cdot \frac{3}{5} \times 7 = 30 \times 7 \rightarrow T = 50\text{ N olur.}$$

### Örnek 9 :



Şekildeki sistem ağırlığı 3'er N olan üç çubuktan oluşmuştur. Sistem dengede olduğuna göre  $T = ?$  ipteki gerilme kuvveti kaç N'dur?



Çubuklar özdeş olduğuna göre her birin boyuna 10 birim diyelim. Dikkat edilirse ikinci çubuğun olduğu yerde bir 3, 4, 5 üçgeni elde edilir. O noktasına yine bir yatay bir düşey eksen çizersek. Dik uzaklıklar ve yönler çok açık belli olur.

O noktasına göre moment alırsak;

$$T \times 28 = P \times 5 + P \times 14 + P \times 23$$

$$T \times 28 = 3 \times 5 + 3 \times 14 + 3 \times 23$$

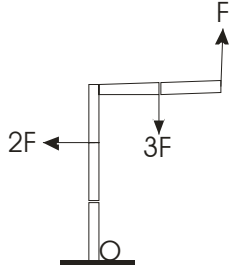
$$T \times 28 = 15 + 42 + 69$$

$$T \times 28 = 126$$

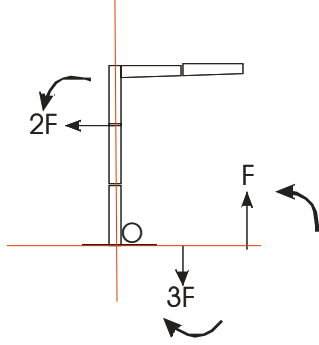
$$\frac{28}{28} \quad \frac{126}{28}$$

$$T = 4,5\text{ N}$$

### Örnek 10 :



O noktasına göre toplam momenti bulunuz.



Sol yönü (-), diğer yönü + alalım.

$$\sum M = -2F \cdot 2 - F \cdot 2 + 3F \cdot 1 = -3F$$

Cisim sola doğru O noktası etrafında dönme hareketi yapar.

### MOMENTLE İLGİLİ ÖZELLİKLER

- 1- Kuvvetin kendisi veya uzan
- 2- tısı dönme noktasından geçiyor ise o kuvvetin momenti "0" olur. Yani döndürücü etkisi olmaz.
- 3- Kuvvet dönme eksenine 90° açı yaptığı zaman, momenti en büyük duruma gelir.
- 4- Birden fazla kuvvetin (eşit büyüklükte) dönme noktasına olan uzaklıkları eşit, dönme eksenine yaptıkları açılar farklı ise dönme eksenine küçük açı yapan kuvvetin momenti en küçük olur.
- 5- Bir cismin farklı noktalarına (çubuk şeklinde olsun) ayrı ayrı uygulanan kuvvetler cismi ancak döndürebiliyorsa, bu kuvvetlerin momentleri eşit olur.
- 6- Toplam moment "0" ise o cisim dengededir.